数学

班级:_____ 姓名:_____ 得分:_____

单元素养测评卷(一)

第六章

(时间:120 分钟　分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$是平面内的一个基底,则下面四组向量不能构成平面内的一个基底的是 (　　)

A. $2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$ 和 $\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$　　B. $3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$ 和 $2\boldsymbol{e}_2-6\boldsymbol{e}_1$

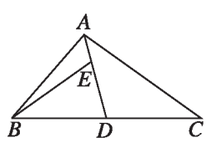
C. $\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$ 和 $\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_1$　　D. $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$

2. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 都是非零向量,下列四个条件中,使$\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$成立的充分条件是 (　　)

A. $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ 且$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$

3. 如图所示,在$\triangle ABC$ 中,点 D 是边 BC 的中点,E 是线段 AD 上靠近点 A 的三等分点,则 $\overrightarrow{BE}=$ (　　)



A. $\frac{5}{3}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

4. 已知$|\boldsymbol{a}|=1,|\boldsymbol{b}|=2$,$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为$\frac{\pi}{3}$,那么$|4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$ (　　)

A. 2　　B. 6

C. $2\sqrt{3}$　　D. 12

5. 在$\triangle ABC$ 中,$a=\sqrt{2},b=\sqrt{3},A=45°$,则 $B=$ (　　)

A. 60°　　B. 120°

C. 60°或 120°　　D. 以上都不对

6. 已知向量$\boldsymbol{a}=(1,-\sqrt{3})$,$|\boldsymbol{b}|=1$,且$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=3$,则 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量的坐标是 (　　)

A. $\left(\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

7. 在$\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c.若 $2A=B+C$,$a^2=bc$,则$\triangle ABC$ 一定是 (　　)

A. 三边不全相等的锐角三角形

B. 钝角三角形

C. 直角三角形

D. 等边三角形

8. [2026·青岛二中高一月考] 在$\triangle ABC$ 中,$AB=2$,$\angle ACB=\frac{\pi}{3}$,O 是$\triangle ABC$ 外接圆的圆心,则 $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ 的最大值为 (　　)

A. 3　　B. $\frac{10}{3}$

C. 4　　D. $\frac{13}{3}$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 对于平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$,下列结论不正确的是 (　　)

A. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不相等,则$|\boldsymbol{a}|\neq|\boldsymbol{b}|$

B. 若$|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$,则向量 $\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$

C. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是非零向量

D. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线,向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 共线,则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 也共线

10. [2026·华师大一附中高一期中] 在$\triangle ABC$ 中,下列说法正确的是 (　　)

A. $-\sin(A+B)=\sin C$

B. "$A>B$"是"$\sin A>\sin B$"的充要条件

C. 若 $\sin 2A=\sin 2B$,则$\triangle ABC$ 是等腰三角形

D. 若 A,B 为钝角三角形 ABC 的两个锐角,则 $\sin A<\cos B$

11. [2026·杭州学军中学高一期中] 在$\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且 $A=\frac{\pi}{3}$,现有下列 5 个条件:①$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}$;②$b=10$;③$a=2b$;④$c=2a$;⑤$\triangle ABC$ 的面积为 $30\sqrt{2}-10\sqrt{3}$.则下列结论正确的是 (　　)

A. 若$\triangle ABC$ 满足条件①,则 $\sin B=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$

B. 存在一个$\triangle ABC$ 可以同时满足上述 5 个条件中的 3 个条件

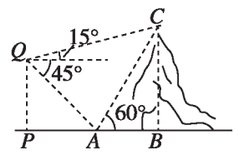
C. 任意一个$\triangle ABC$ 最多只能同时满足上述 5 个条件中的 3 个条件

D. 有且仅有 4 个$\triangle ABC$ 可以同时满足上述 5 个条件中的 2 个条件

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(x,1)$,$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行,则 x 的值为_____.

13. 如图,某山的高度 $BC=300$ m,一架无人机在 Q 处观测到山顶 C 的仰角为 15°,地面上 A 处的俯角为 45°,若$\angle BAC=60°$,则此无人机距离地面的高度 PQ 为_____m.



14. [2026·南通中学高一检测] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0)$,$\boldsymbol{b}=(0,1)$,$\boldsymbol{c}=(\cos\theta,\sin\theta)$,$\theta\in[0,2\pi)$.若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=[\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}]+[\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}]$,其中$[x]$表示不超过 x 的最大整数,如:$[3.1]=3$,$[-1.7]=-2$,则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|$的取值范围为_____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(3,-2)$.

(1)求$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$;

(2)若$|\boldsymbol{c}|=\sqrt{10}$,且$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})\perp\boldsymbol{c}$,求向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{c}$ 的夹角.

基础教育行业专研品牌 全品 SINCE 1992 30年专注教育行业

16. (15 分)已知 a,b,c 分别为$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边,$a=b\cos C+c\sin B$.

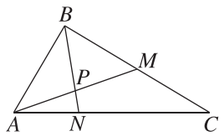
(1)求 B;

(2)若 $b=\sqrt{5}$,$c=\sqrt{2}$,求$\triangle ABC$ 的面积.

17. (15 分)如图,在$\triangle ABC$ 中,已知 $AB=2$,$AC=4$,$\angle BAC=60°$,M 是 BC 的中点,N 是 AC 上的点,且 $\overrightarrow{AN}=x\overrightarrow{AC}$,$AM$,$BN$ 相交于点 P. 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.

(1)若 $x=\dfrac{1}{3}$,试用向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{AM}$,$\overrightarrow{PN}$;

(2)若 $AM\perp PN$,求实数 x 的值.

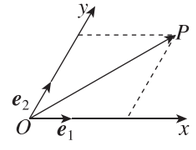


18. (17 分)[2026·江苏无锡高一期中] 如图,设 Ox,Oy 是平面内相交成 θ 角的两条数轴,$\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$,$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$ 分别是与 x 轴、y 轴正方向同方向的单位向量,若向量 $\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2$,则把有序数对$[x,y]$叫作 $\overrightarrow{OP}$ 在斜坐标系 Oxy 中的斜坐标.

(1)设 $m\in\mathbf{R}$,若 $\theta=\dfrac{2\pi}{3}$,$\boldsymbol{a}=[1,-3]$,$\boldsymbol{b}=[7,m]$,$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,求 m 的值;

(2)若 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$,$\boldsymbol{a}=[1,-1]$,$\boldsymbol{b}=[1,3]$,求 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量的斜坐标;

(3)若 $\boldsymbol{a}=[2,1]$,$\boldsymbol{b}=[1,1]$,$\boldsymbol{c}=[3,-1]$,且$|\boldsymbol{c}|\leqslant\sqrt{7}$,求 $\cos^2\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$的取值范围.



19. (17 分)[2026·福九联盟高一期中] 费马点是三角形内到三个顶点距离之和最小的点,具体位置取决于三角形的形状. 当$\triangle ABC$ 的三个内角均小于$\dfrac{2\pi}{3}$时,使得$\angle APB=\angle BPC=\angle CPA=\dfrac{2\pi}{3}$的点 P 即为费马点;当$\triangle ABC$ 有一个内角大于或等于$\dfrac{2\pi}{3}$时,最大内角的顶点为费马点. 在$\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且$\dfrac{\sqrt{3}}{2}c=a\sin\left(B+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

(1)求 A;

(2)若 $a^2=\dfrac{9}{4}bc$,求 $\sin B+\sin C$ 的值;

(3)若$\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$,设点 P 为$\triangle ABC$ 的费马点,求 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的最小值.

数学

班级:_____ 姓名:_____ 得分:_____

单元素养测评卷(二)

第七章

(时间:120 分钟　分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若 $1-2i=a+bi$(i 为虚数单位),其中 a,b 为实数,则 $a+b$ 的值为 (　　)

A. 1　　B. 3

C. -1　　D. -3

2. 若复数 z 满足 $z+(1+i)=2i$,则 z 的模是 (　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. 2

C. $\sqrt{10}$　　D. 10

3. $\dfrac{1+3i}{(1+i)^2}=$ (　　)

A. $\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i$　　B. $\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$

C. $-\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i$　　D. $-\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$

4. 已知 $m\in\mathbf{R}$,i 是虚数单位,则当 $-\dfrac{2}{3}<m<1$ 时,复数 $m(3-i)+(2+i)$ 在复平面内对应的点位于 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

5. 已知 z_1,z_2 是两个复数,则"z_1,z_2 互为共轭复数"是"z_1,z_2 的差为纯虚数"的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 已知复数 z 满足 $\dfrac{(1-i)^2}{z}=1+i$,则 z 的辐角的主值为 (　　)

A. $\dfrac{\pi}{4}$　　B. $\dfrac{3\pi}{4}$

C. $\dfrac{5\pi}{4}$　　D. $\dfrac{7\pi}{4}$

7. [2026·福建宁德高一期中] 在复平面内,复数 $z=3-2i$ 所对应的向量为 $\overrightarrow{OA}$,将 $\overrightarrow{OA}$ 绕坐标原点 O 逆时针旋转 90°得到 $\overrightarrow{OB}$,则 $\overrightarrow{OB}$ 所对应的复数为 (　　)

A. $3+2i$　　B. $-3-2i$

C. $2-3i$　　D. $2+3i$

8. [2026·湖南邵阳高一期中] 已知复数 z 满足 $z^2=\overline{z}^2$,且 $|z|\leqslant 3$,则 $|z-4-2i|$ 的最小值是 (　　)

A. 2　　B. 3

C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{13}$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. [2026·四川泸州高一期中] 已知复数 $z=1+2i$(i 为虚数单位),则 (　　)

A. z 的虚部为 2　　B. $\overline{z}=-1+2i$

C. $|z|=\sqrt{5}$　　D. $\dfrac{z}{1+i}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$

10. [2026·广东广州高一期中] 已知 z_1,z_2 都是复数,下列选项中正确的有 (　　)

A. 若 $z_1z_2=0$,则 $z_1=0$ 或 $z_2=0$

B. 若 $z_1=\overline{z}_2$,则 z_1+z_2 是实数

C. $\overline{z_1+z_2}=\overline{z}_1+\overline{z}_2$

D. 若 $z_1-z_2>0$,则 $z_1>z_2$

11. 已知复数 $z_1=2+3i$,$z_2=3-4i$,z_1,z_2 在复平面内对应的点分别为 Z_1,Z_2,则 (　　)

A. $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$

B. $|\overrightarrow{Z_1Z_2}|=5\sqrt{2}$

C. 满足 $|z|=|z_2|$ 的复数 z 在复平面内对应的点 Z 的轨迹周长是 10π

D. 满足 $|z_1|<|z|<|z_2|$ 的复数 z 在复平面内对应的点 Z 的轨迹围成图形的面积是 10π

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 设复数 z 的共轭复数是 $\overline{z}$,若复数 $z_1=3+4i$,$z_2=t+i$,且 $z_1\cdot\overline{z}_2$ 是实数,则实数 t 等于_____.

13. 已知复数 $z=-3+2i$(i 是虚数单位)是关于 x 的方程 $2x^2+px+q=0$(p,q 为实数)的一个根,则 $p=$_____,$q=$_____.

14. [2026·山东济南高一阶段检测] 在复平面内,O 是坐标原点,已知复数 $z_1=-2+3i$,$z_2=2-i$,$z_3=3+2i$,它们所对应的点分别是 A,B,C.若 $\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$($x$,$y\in\mathbf{R}$),则 $x+y$ 的值是_____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)已知复数 $z=(m^2+5m+6)+(m^2-2m-15)i$,求满足下列条件的实数 m 的值或取值范围.

(1)复数 z 与复数 $2-12i$ 相等;

(2)复数 z 与复数 $12+16i$ 互为共轭复数;

(3)复数 z 在复平面内对应的点在 x 轴上方.

基础教育行业专研品牌 全品 SINCE 1992 30+年专注教育行业

16. (15 分)已知复数 $z_1=a+2\mathrm{i}$,$z_2=2-\mathrm{i}$,且$\dfrac{z_1}{z_2}$是纯虚数,其中 a 为实数,i 是虚数单位.

(1)求 a 的值;

(2)在复平面内,O 为坐标原点,向量 $\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OB}$ 对应的复数分别是 z_1z_2,$c+(2-c)\mathrm{i}$,若$|\overrightarrow{AB}|=5$,求实数 c 的值.

17. (15 分)[2026·江苏泰州高一阶段检测] 已知复数 $z_1=\sin x+\mathrm{i}$,$z_2=1+(1-\sqrt{3}\cos x)\mathrm{i}$,$x\in\left(0,\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

(1)当 $x=\dfrac{\pi}{6}$时,求 z_1z_2 和$|z_1-2z_2|$;

(2)设 z_1,z_2 在复平面内对应的点分别为 A,B,O 为坐标原点,若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=1-\sqrt{2}$,求 x 的值.

18. (17 分)已知虚数 $z=-1+m\mathrm{i}$ 是关于 x 的方程 $x^2-nx+4=0$ 的一个根(i 是虚数单位,$m>0$,$n\in\mathbf{R}$).

(1)求 $m+n$ 的值;

(2)求证$\dfrac{\overline{z}}{2}=\left(\dfrac{z}{2}\right)^2$,并求$\left(\dfrac{z}{2}\right)^{2025}$ 的值.

19. (17 分)[2026·河北石家庄高一期中] 在复平面内,O 为坐标原点,若复数 $z_1=r_1(\cos\theta_1+\mathrm{i}\sin\theta_1)$,$z_2=r_2(\cos\theta_2+\mathrm{i}\sin\theta_2)$对应的向量分别为 $\overrightarrow{OZ_1}$,$\overrightarrow{OZ_2}$,则 $r_1(\cos\theta_1+\mathrm{i}\sin\theta_1)\cdot r_2(\cos\theta_2+\mathrm{i}\sin\theta_2)=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+\mathrm{i}\sin(\theta_1+\theta_2)]$,其几何意义是把向量 $\overrightarrow{OZ_1}$ 绕点 O 按逆时针方向旋转角 θ_2(如果 $\theta_2<0$,就要把 $\overrightarrow{OZ_1}$ 绕点 O 按顺时针方向旋转角$|\theta_2|$),再把它的模变为原来的 r_2 倍.请根据所学知识,回答下列问题.

(1)在复平面内,点 $M(x,y)$ 绕坐标原点 O 逆时针旋转角 θ_0 至点 $M'(x',y')$,证明:点的旋转坐标公式为$\begin{cases}x'=x\cos\theta_0-y\sin\theta_0,\\y'=x\sin\theta_0+y\cos\theta_0.\end{cases}$

(2)已知点 A 为单位圆上一动点,点 $P(2,0)$,以 PA 为边作等边三角形 PAQ,且 Q 在边 AP 的上方,求线段 OQ 长度的最大值.